

MPHTI 29.05.23

<https://doi.org/10.26577/RCPH.2020.v75.i4.01>**В. Джунушалиев^{1,2}** , **А. Тлемисов^{1*}** , **В. Фоломеев^{1,2}** ¹Казахский национальный университет им. аль-Фараби, Казахстан, г. Алматы²Институт физики им. академика Ж. Жеенбаева,

Национальная академия наук Кыргызской Республики, Кыргызстан, г. Бишкек

*e-mail: tlemissov-ozzy@mail.ru

ГЛЮОННЫЕ ТРУБКИ В НЕАБЕЛЕВОЙ ТЕОРИИ ПРОКА + СКАЛЯРНОЕ ПОЛЕ ХИГГСА

Рассматривается неабелева теория Прока + скалярное поле Хиггса, возможно являющаяся некоторым приближением для квантовой хромодинамики. В лагранжиане этой теории предложены массовое слагаемое и слагаемое, описывающее взаимодействие между Прока полем и скалярным полем Хиггса. В SU(3) неабелевой теории Прока + скалярное поле Хиггса получены цилиндрически – симметричные решения (глюонные трубки), в которых имеется продольное неабелево электрическое поле, приводящие к потоку электрического поля вдоль трубки. Это поле создается кварками, расположенными на $\pm\infty$ и, вследствие сильного нелинейного взаимодействия между полями, оно сосредоточено в конечной области вблизи центра трубки. Соответствующие уравнения решены численным способом как нелинейная задача на собственные значения, где собственными значениями являются массы скалярного и Прока полей. Показано, что калибровочные потенциалы, напряженности полей, а также плотность энергии падают по экспоненциальному закону на пространственной бесконечности, что приводит к конечному потоку продольного электрического поля через трубку, а также к конечной линейной плотности энергии, сосредоточенной в этой трубке. Получен энергетический спектр решений в зависимости от величины параметров, определяющих решения.

Ключевые слова: Неабелевая теория Прока, плотность энергии, спектр энергииV. Dzhunushaliev^{1,2}, A. Tlemissov^{1*}, V. Folomeev^{1,2}¹Al-Farabi Kazakh National University, Kazakhstan, Almaty²Academician Zh. Zheenbaev Institute of Physics,

National Academy of Sciences of the Kyrgyz Republic, Kyrgyzstan, Bishkek

*e-mail: Tlemissov-Ozzy@mail.ru

Gluon tubes in the non-Abelian theory of Proca + scalar Higgs field

The non-Abelian Proca theory + scalar Higgs field is considered, possibly being some approximation for quantum chromodynamics. In the Lagrangian of this theory, a mass term and a term describing the interaction between the Proca field and the scalar Higgs field are proposed. In SU (3) of the non-Abelian Proca + scalar Higgs field, cylindrically symmetric solutions (gluon tubes) are obtained, in which there is a longitudinal non-Abelian electric field, leading to an electric field flow along the tube. This field is created by quarks located at $\pm \infty$ and, due to the strong nonlinear interaction between the fields, it is concentrated in a finite region near the center of the tube. The corresponding equations are solved numerically as a nonlinear eigenvalue problem, where the eigenvalues are the masses of the scalar and Proca fields. It is shown that gauge potentials, field strengths, and energy density fall exponentially at spatial infinity, which leads to a finite flux of a longitudinal electric field through the tube, as well as to a finite linear energy density concentrated in this tube. The energy spectrum of solutions is obtained depending on the values of the parameters that determine the solutions.

Key words: non-Abelian theory of Proca, energy density, energy spectrum

В. Джунушалиев^{1,2}, А. Тлемисов^{1*}, В. Фоломеев^{1,2}

¹Әл-Фараби атындағы Қазақ ұлттық университеті, Қазақстан, Алматы қ.

²Академик Ж.Жеенбаев атындағы Физика институты,
Қырғыз Республикасының Ұлттық ғылым академиясы, Қырғызстан, Бішкек қ.

*e-mail: Tlemisov-Ozzy@mail.ru

Абелдік емес Прока теориясындағы + скалярлық Хиггс өрісінің глюон түтіктері

Абелдік емес Прока теориясы + скалярлық Хиггс өрісі кванттық хромодинамика үшін жуықтау болу ықтималдығы көп болғандықтан қарастырылады. Осы теорияның лагранжианында Прока өрісі мен скаляр Хиггс өрісі арасындағы өзара әрекеттесуді сипаттайтын мүше және массалық мүше ұсынылған. $SU(3)$ Абельдық емес Прока + Скаляр Хиггс өрісінің цилиндрлік-симметриялы шешімдері (глюон түтіктері) алынады, оларда Абельдық емес бойлық электр өрісі бар, ол түтік бойымен электр өрісінің ағынына әкеледі. Бұл өріс $\pm \infty$ қашықтықта орналасқан кварктар арқылы құрылады және өрістер арасындағы күшті сызықтық емес өзара әрекеттесудің арқасында ол түтіктің центріне жақын шекті аймақта шоғырланған. Сәйкес теңдеулер сызықты емес өздік мәнді табу арқылы сандық түрде шешіледі, мұндағы өздік мәндер ретінде скалярлық және Прока өрістерінің массалары қарастырылады. Калибрлік потенциалы, өрістің кернүлігі және энергия тығыздығы кеңістік шексіздігінде экспоненциалды түрде төмендейтіні көрсетілген, бұл түтік арқылы бойлық электр өрісінің ағынына, сондай-ақ осы түтікте шоғырланған сызықтық энергия тығыздығына әкеледі. Параметрлер өлшемдерінен тәуелді, шешімдерді анықтайтын энергетикалық спектр алынды.

Түйін сөздер: Проканың Абельдік емес теориясы, энергия тығыздығы, энергия спектрі

Введение

Под теориями Прока подразумеваются калибровочные теории (как абелевы, так и неабелевы), в которых калибровочная инвариантность явно нарушается введением массового члена. Первое использование поля Прока было сделано Юкавой для описания пионов. Позже теория Прока нашла применение в различных областях современной физики. Использование данной теории приводит к следующим последствиям: фотон приобретает массу покоя; гравитация Эйнштейна-Прока включает гравитон ненулевой массы покоя; теории Эйнштейна-Прока-Вейля могут применяться для описания темной материи [1]; используя реальное поле Прока с квадратом отрицательной массы, можно описать тахионы-частицы, движущиеся со скоростью света [2,3].

Кроме того, можно отметить следующие исследования с участием теории Прока. В ссылке [4] изучается неабелева теория

Прока-Эйнштейна в асимптотически антиде-Ситтеровском пространстве-времени с калибровочной группы $SU(2)$. Полученные результаты описывают гравитирующий монополю Прока. В работах [5,7] и [8] рассматриваются звезды, поддерживаемые полями Прока. В статьях [9-11] описывается эффект Казимира с учетом массивных фотонов и рассчитывается верхний предел масс самих фотонов. В работе [12] исследуется теория обобщенного поля Прока: построено

обобщенное действие Прока для векторного поля с производными самовзаимодействиями только с тремя распространяющимися степенями свободы. В статье [12] также рассматривается обобщенное действие Прока для абелева векторного поля. В работе [13] рассматривается релятивистская квантовая механика частицы Прока в римановых пространствах-временах. В работе [14] авторы наложили наблюдательные ограничения на класс моделей темной энергии в рамках обобщенных теории Прока.

В теориях сильных взаимодействий имеется несколько сложных проблем, которые не имеют аналога в классических теориях, а являются чисто квантовыми явлениями. К ним относятся, например, проблемы конфайнмента, массовой щели [15-17], а также проблема спина протона, заключающаяся в том, что экспериментально установленный суммарный спин кварков, антикварков и глюонов составляет от 0 до 40% от спина протона при высоких энергиях [18]. В 1988 году в ходе экспериментов по измерению величины спина протона [19] выяснилось, что суммарный вклад спинов трех кварков в спин протона незначителен. В настоящее время существует ряд различных подходов к решению этих проблем. Например, в работе [20] представлены решеточные вычисления в рамках квантовой хромодинамики (КХД), в которых изучался спин протона. В работе [21] приводятся аргументы в пользу того, что ответ на "спиновый

кризис" можно найти в фундаментальных непетурбативных свойствах вакуума КХД.

В данной работе мы показываем, что в SU(3) неабелевой теории Прока (в теории Янга-Миллса с явно нарушенной калибровочной симметрией) [22], включающей скалярное поле Хиггса, имеются цилиндрически – симметричные (трубчатые) решения, которые необходимы для объяснения природы конфайнмента в КХД. Будут получены решения, зависящие от свободных параметров системы, что позволит построить энергетический спектр для линейной плотности энергии таких глюонных трубок. Этот результат говорит в пользу того, что неабелевые теории Прока могут быть использованы в качестве некоторого приближения в КХД.

Уравнения для потоковой трубки

Лагранжиан SU(3) теории Прока-Хиггса выглядит следующим образом [23-24]:

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{4}F_{\mu\nu}^a F^{a\mu\nu} - \frac{(\mu^2)_\nu^{ab,\mu}}{2}A_\mu^a A^{b\nu} + \frac{1}{2}\partial_\mu\phi\partial^\mu\phi + \frac{\lambda}{2}\phi^2 A_\mu^a A^{a\mu} - \quad (1)$$

$$\varepsilon = \frac{1}{2}(E_i^a)^2 + \frac{1}{2}(H_i^a)^2 - \left[(\mu^2)_0^{ab,\alpha} A_\alpha^a A_0^b - \frac{1}{2}(\mu^2)_\beta^{ab,\alpha} A_\alpha^a A^{b\beta} \right] + \frac{1}{2}(\partial_t\phi)^2 + \frac{1}{2}(\nabla\phi)^2 + \lambda\phi^2 \left[(A_0^a)^2 - \frac{1}{2}A_\alpha^a A^{a\alpha} \right] + \frac{\Lambda}{4}(\phi^2 - M^2)^2. \quad (4)$$

Анзацы для компонент потенциала A_μ^a и скалярного поля ϕ выбираем в виде [25]

$$A_t^a(\rho) = \frac{h(\rho)}{g}, A_z^5(\rho) = \frac{v(\rho)}{g}, \phi(\rho) = \phi(\rho). \quad (5)$$

Тогда выражения для компонент электрического и магнитного полей будут

$$E_\rho^2 = -\frac{h'}{g}, E_z^7 = \frac{hv}{2g}, H_\phi^5 = -\frac{\rho v'}{g}, \quad (6)$$

где штрих обозначает производную по радиальной координате ρ . При подстановке (5) в (2) и (3) получим следующую систему дифференциальных уравнений, записанных в цилиндрической системе координат t, z, ρ, ϕ :

$$h'' + \frac{h'}{\rho} = h \left(\frac{v^2}{4} + \lambda\phi^2 - \mu_1^2 \right), \quad (7)$$

$$-\frac{\lambda}{4}(\phi^2 - M^2)^2.$$

Здесь тензор напряженности $F_{\mu\nu}^a$ определен через калибровочный (цветовой) 4-потенциал A_μ^a как $F_{\mu\nu}^a = \partial_\mu A_\nu^a - \partial_\nu A_\mu^a + gf_{abc}A_\mu^b A_\nu^c$; f_{abc} – структурные константы SU(3) группы, $a = 1, 2, 3, \dots, 8$; $M, \lambda, \Lambda, (\mu)_\nu^{ab,\mu}$ – константы теории, g – константа связи цветовых полей. Отметим, что слагаемое $\frac{1}{2}(\mu^2)_\nu^{ab,\mu} A_\mu^a A^{b\nu}$ явно нарушает калибровочную симметрию в исследуемой теории, в отличие от теорий Вайнберга-Салама, где симметрия нарушается спонтанно.

После варьирования действия с лагранжианом (1) по A_μ^a и ϕ , получаем следующие полевые уравнения:

$$\mathcal{D}_\nu F^{a\mu\nu} = \lambda\phi^2 A^{a\mu}, \quad (2)$$

$$\partial_\mu\partial^\mu\phi = \lambda A_\mu^a A^{a\mu} - (\mu^2)_\nu^{ab,\mu}, \quad (3)$$

где ковариантная производная определяется как $\mathcal{D}_\nu = (\partial_\nu + gf_{abc}A_\nu^b)$. Выражение для плотности энергии имеет вид

$$v'' + \frac{v'}{\rho} = v \left(-\frac{h^2}{4} + \lambda\phi^2 - \mu_2^2 \right), \quad (8)$$

$$\phi'' + \frac{\phi}{\rho} = \phi \left[\frac{\lambda}{g^2}(-h^2 + v^2) + \lambda(\phi^2 - M^2) \right]. \quad (9)$$

Вводя безразмерные величины $\tilde{\phi} = \phi\sqrt{\lambda}/\phi(0)$, $\tilde{v} = v/\phi(0)$, $\tilde{h} = h/\phi(0)$, $\tilde{M} = M\sqrt{\lambda}/\phi(0)$, $\tilde{\lambda} = \lambda/g^2$, $\tilde{\Lambda} = \Lambda/\lambda$, $\tilde{\mu}_{1,2} = \mu_{1,2}/\phi(0)$, $x = \rho\phi(0)$, уравнения (7)-(9) примут вид

$$\tilde{h}'' + \frac{\tilde{h}'}{x} = \tilde{h} \left(\frac{\tilde{v}^2}{4} + \tilde{\phi}^2 - \tilde{\mu}_1^2 \right), \quad (10)$$

$$\tilde{v} + \frac{\tilde{v}'}{x} = \tilde{v} \left(-\frac{\tilde{h}^2}{4} + \tilde{\phi}^2 - \tilde{\mu}_2^2 \right), \quad (11)$$

$$\tilde{\phi}'' + \frac{\tilde{\phi}'}{x} = \tilde{\phi} \left[\tilde{\lambda}(-\tilde{h}^2 + \tilde{v}^2) + \tilde{\lambda}(\tilde{\phi}^2 - \tilde{M}^2) \right], \quad (12)$$

а плотность энергии (4) в безразмерном виде будет

$$g^2 \tilde{\varepsilon} \equiv \frac{g^2 \varepsilon}{\phi^4(0)} = \frac{(\tilde{h}')^2}{2} + \frac{(\tilde{v}')^2}{2} + \frac{(\tilde{\phi}')^2}{2\lambda} - \frac{\tilde{\mu}_1^2}{2} \tilde{h}^2 - \frac{\tilde{\mu}_2^2}{2} \tilde{v}^2 + \frac{1}{2} \tilde{\phi}^2 (\tilde{h}^2 + \tilde{v}^2) + \frac{\tilde{\Lambda}}{4\lambda} (\tilde{\phi}^2 - \tilde{M}^2)^2. \quad (13)$$

Численные расчеты

Система уравнений (10)-(12) решается как нелинейная задача на собственные значения $\tilde{\mu}_{1,2}, \tilde{M}$ и собственные функции $\tilde{h}, \tilde{v}, \tilde{\phi}$. В силу того, что в этих уравнениях имеются слагаемые $\tilde{h}/x, \tilde{v}/x$ и $\tilde{\phi}/x$, численное решение необходимо стартовать не из $x = 0$, а из точки $x = \delta \ll 1$. Для задания граничных условий для функций \tilde{h}, \tilde{v} и $\tilde{\phi}$ их необходимо разложить в ряд Тэйлора в окрестности начала координат:

$$\tilde{h}(x) = \tilde{h}_0 + \tilde{h}_2 \frac{x^2}{2} + \dots, \quad (14)$$

$$\tilde{v}(x) = \tilde{v}_0 + \tilde{v}_2 \frac{x^2}{2} + \dots, \quad (15)$$

$$\tilde{\phi}(x) = \tilde{\phi}_0 + \tilde{\phi}_2 \frac{x^2}{2} + \dots. \quad (16)$$

Далее, после подстановки (14)-(16) в систему уравнений (10)-(12), получаем следующие выражения для коэффициентов разложения:

$$\tilde{h}_2 = \frac{\tilde{h}_0}{2} \left(\frac{\tilde{v}_0^2}{4} - \tilde{\phi}_0^2 - \tilde{\mu}_1^2 \right), \quad (17)$$

$$\tilde{v}_2 = \frac{\tilde{v}_0}{2} \left(-\frac{\tilde{h}_0^2}{4} + \tilde{\phi}_0 - \tilde{\mu}_2^2 \right), \quad (18)$$

$$\tilde{\phi}_2 = \frac{\tilde{\phi}_0}{2} \left[\lambda \left(-\tilde{h}_0^2 + \tilde{v}_0^2 \right) + \tilde{\Lambda} \left(\tilde{\phi}_0^2 - \tilde{M}^2 \right) \right]. \quad (19)$$

Соответственно граничные условия задаются в виде

$$\tilde{h}(\delta) = \tilde{h}_0 + \tilde{h}_2 \frac{\delta^2}{2}, \tilde{h}'(\delta) = \tilde{h}_2 \delta, \quad (20)$$

$$\tilde{v}(\delta) = \tilde{v}_0 + \tilde{v}_2 \frac{\delta^2}{2}, \tilde{v}'(\delta) = \tilde{v}_2 \delta, \quad (21)$$

$$\tilde{\phi}(\delta) = \tilde{\phi}_0 + \tilde{\phi}_2 \frac{\delta^2}{2}, \tilde{\phi}'(\delta) = \tilde{\phi}_2 \delta. \quad (22)$$

В свою очередь, асимптотическое поведение функций $\tilde{v}, \tilde{h}, \tilde{\phi}$ при больших x есть

$$\begin{aligned} \tilde{v}(x) &\approx \tilde{v}_\infty \frac{e^{-x\sqrt{\tilde{M}^2 - \tilde{\mu}_2^2}}}{\sqrt{x}}, \\ \tilde{h}(x) &\approx \tilde{h}_\infty \frac{e^{-x\sqrt{\tilde{M}^2 - \tilde{\mu}_1^2}}}{\sqrt{x}}, \\ \tilde{\phi}(x) &\approx \tilde{M} - \tilde{\phi}_\infty \frac{e^{-x\sqrt{2\tilde{\Lambda}\tilde{M}^2}}}{\sqrt{x}}. \end{aligned} \quad (23)$$

Соответствующие результаты численных расчетов приведены на рис. 1-4.

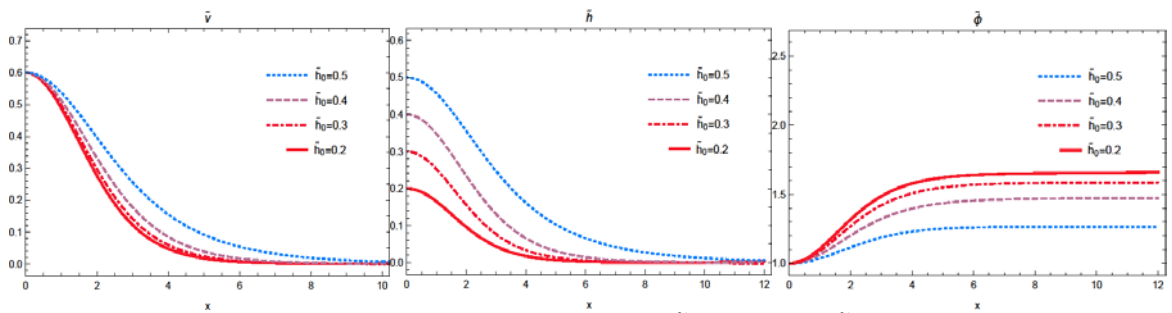


Рисунок 1 – Профили функций $\tilde{v} = gA_z^5/\phi(0), \tilde{h} = gA_p^2/\phi(0), \tilde{\phi} = \phi(0)\phi/\sqrt{\lambda}$ при постоянных $\tilde{\Lambda} = 0.1, \lambda = 2, \tilde{v}_0 = 0.6, \phi_0 = 1$.

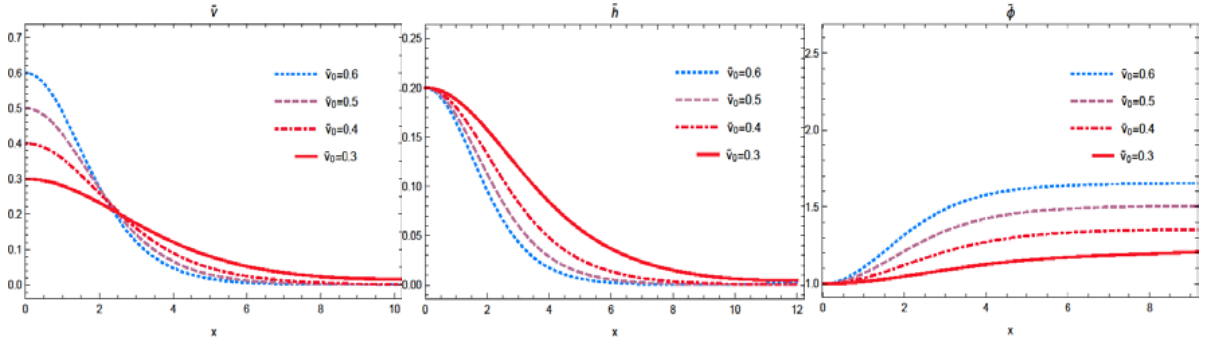


Рисунок 2 – Профили функций $\tilde{v} = gA_z^5/\phi(0)$, $\tilde{h} = gA_\rho^2/\phi(0)$, $\tilde{\phi} = \phi(0)\phi/\sqrt{\lambda}$ при постоянных $\tilde{\Lambda} = 0.1$, $\tilde{\lambda} = 2$, $\tilde{h}_0 = 0.2$, $\tilde{\phi}_0 = 1$.

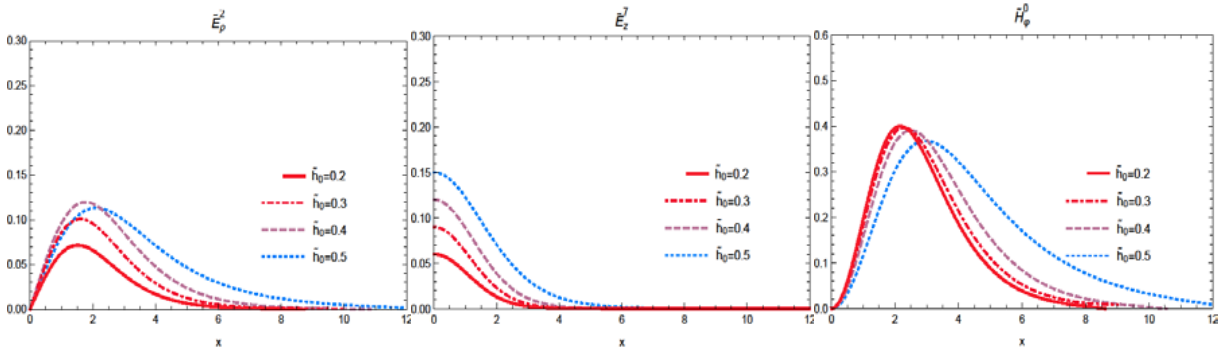


Рисунок 3 – Профили цветowych электрических и магнитных полей $\tilde{E}_\rho^2 = gE_\rho^2/\phi^2(0)$, $\tilde{E}_z^7 = gE_z^7/\phi^2(0)$, $\tilde{H}_\phi^5 = gH_\phi^5/\phi(0)$ при постоянных $\tilde{\Lambda} = 0.1$, $\tilde{\lambda} = 2$, $\tilde{v}_0 = 0.6$, $\tilde{\phi}_0 = 1$.

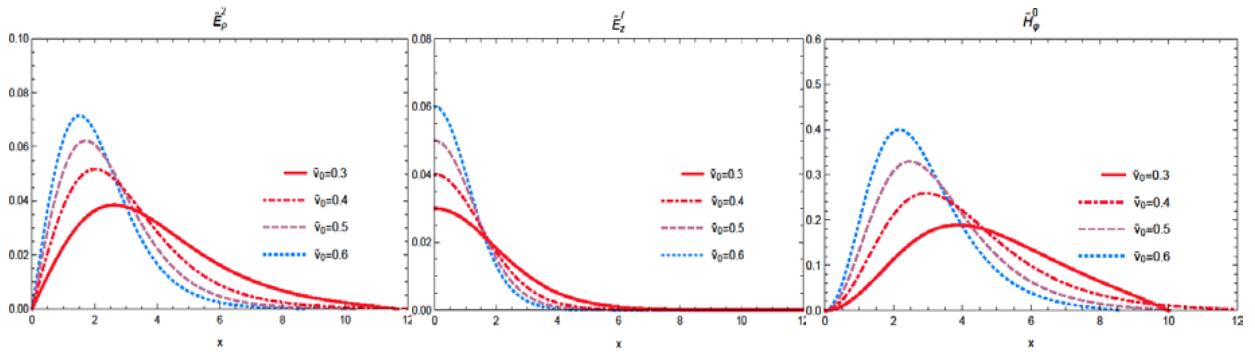


Рисунок 4 – Профили цветowych электрических и магнитных полей $\tilde{E}_\rho^2 = gE_\rho^2/\phi^2(0)$, $\tilde{E}_z^7 = gE_z^7/\phi^2(0)$, $\tilde{H}_\phi^5 = gH_\phi^5/\phi(0)$ при постоянных $\tilde{\Lambda} = 0.1$, $\tilde{\lambda} = 2$, $\tilde{h}_0 = 0.2$, $\tilde{\phi}_0 = 1$.

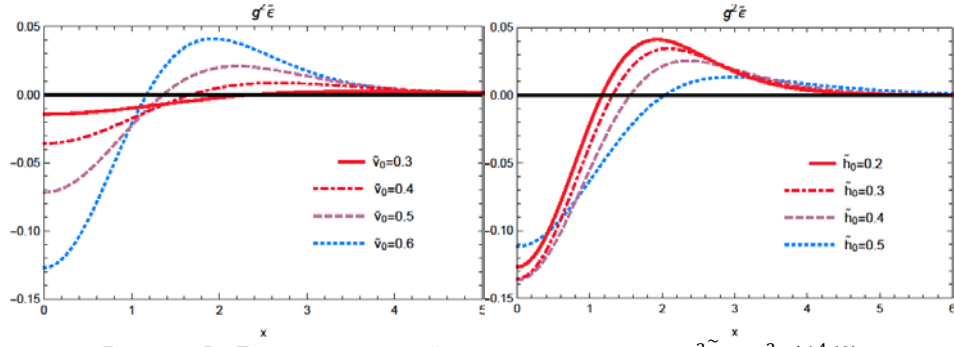


Рисунок 5 – Безразмерная линейная плотность энергии $g^2 \tilde{\mathcal{E}} = g^2 \mathcal{E} / \phi^4(0)$ при постоянных $\tilde{\lambda} = 2, \tilde{\Lambda} = 0.1, \tilde{\phi}_0 = 1, \tilde{h}_0 = 0.2$ (справа) и при постоянных $\tilde{v}_0 = 0.6$ (слева)

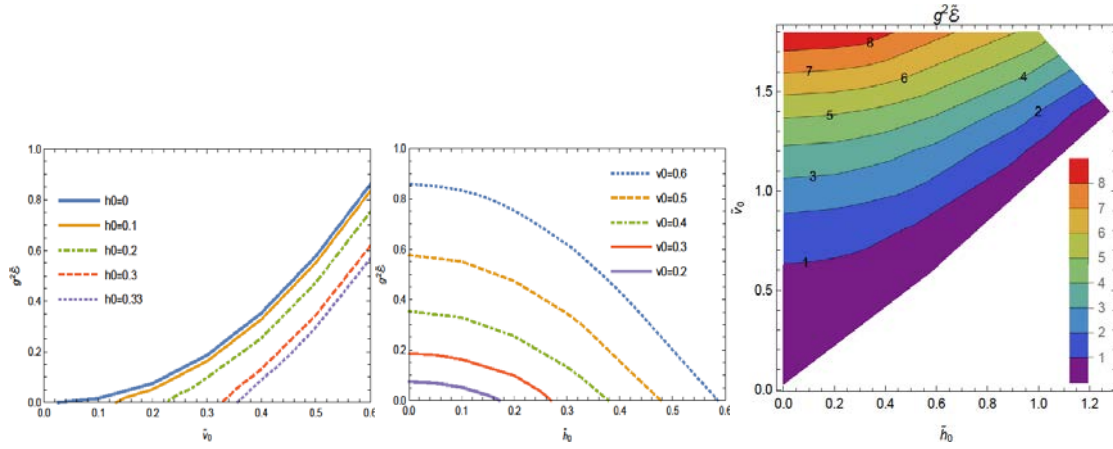


Рисунок 6 – Энергетический спектр при постоянных \tilde{h}_0 (слева) и при постоянных \tilde{v}_0 (справа) а также контурный профиль энергии.

Выражение для полной энергии системы:

$$\mathcal{E} = 2\pi \int_0^\infty \rho \mathcal{E}(\rho) d\rho. \quad (24)$$

Безразмерная полная энергия определяется как $g^2 \tilde{\mathcal{E}} = g^2 \mathcal{E} / \phi^2(0)$, и она конечна при всех значениях $\tilde{v}_0, \tilde{h}_0, \tilde{\phi}_0$. Профили распределений полной энергии по радиусу трубки при различных значениях параметров системы приведены на рис. 5-6.

Выводы

В этой работе мы исследовали цилиндрически-симметричные решения (глюонные трубки с потоком цветового электрического поля вдоль трубки) в SU(3) неабелевой теории Прока, взаимодействующей со скалярным полем Хиггса. Показано, что такие решения существуют только при некоторых фиксированных значениях параметров $\tilde{\mu}_{1,2}$ и \tilde{M} . Полученные решения являются регулярными в том смысле, что все

физические поля падают экспоненциально на больших расстояниях от центра трубки, и это позволяет иметь конечную линейную плотность энергии для такой трубки.

Получены следующие результаты:

1. Найдены трубчатые решения в SU(3) теории Прока + скалярное поле Хиггса, имеющие продольное электрическое поле.
2. Исследованы свойства этих решений при различных значениях параметров \tilde{v}_0 и \tilde{h}_0 .
3. Построен энергетический спектр линейной плотности энергии таких конфигураций.

Отметим в заключение, что наличие исследованных нами решений в неабелевой теории Прока с потоком цветового электрического поля позволяет предположить, что теории Прока могут использоваться в качестве приближенного описания некоторых физических объектов в КХД (например, потоковых трубок между кварками, которые удерживают их в связанном состоянии).

Литература

- 1 Scipioni R. Isomorphism between non-Riemannian gravity and Einstein-Proca-Weyl theories extended to a class of scalar gravity theories // *Class. Quant. Grav.* – 199. – Vol.16. – P.2471-2478.
- 2 Tomaschitz R. Quantum tachyons // *Eur. Phys. J. D.* – 2005. – Vol.32. – P.241-255.
- 3 Sigal R. and Shamaly A. Tachyon behavior in general relativity // *Phys. Rev. D.* – 1974. – Vol.10. – P.2358-2361.
- 4 Ponglertsakul S. and Winstanley E. Solitons and hairy black holes in Einstein–non-Abelian–Proca theory in anti–de Sitter spacetime // *Phys. Rev. D.* – 2016. – Vol.94, no.4. – ArtNo 044048.
- 5 Brito R., Cardoso V., Herdeiro C.A.R. et al. Proca stars: Gravitating Bose–Einstein condensates of massive spin 1 particles // *Physics Letters B.* – 2016. – Vol.752. – P.291-295.
- 6 Herdeiro C.A.R., Pombo A.M. and Radu E. Asymptotically flat scalar, Dirac and Proca stars: Discrete vs. continuous families of solutions // *Physics Letters B.* – 2017. – Vol.773. – P.654-662.
- 7 Herdeiro C.A.R., Radu E. and Runarsson, Kerr black holes with Proca hair // *Class. Quant.* – 2016. – Vol. 33, no.15. ArtNo154001.
- 8 Zihao M., Witek H. and Cardoso V. Nonlinear interactions between black holes and Proca fields // *Class. Quant. Gravity.* – 2015. – Vol.32. – ArtNo.234003.
- 9 Edery A., and Marachevsky V. Compact dimensions and the Casimir Effect: The Proca Connection // *Journal of High Energy Physics.* – 2008. – Vol.12. – P.35-56.
- 10 Barton G. and Dombey N. The Casimir Effect With Finite Mass Photons // *Annals Phys.* – 1985. – Vol.162. – P.231-304.
- 11 Teo L.P. Casimir effect of massive vector fields // *Phys. Rev. D.* – 2010. – Vol.82. – P.105002-105020.
- 12 Heisenberg L. Generalization of the Proca Action // *Journal of Cosmology and Astroparticle Physics.* – 2014. – Vol.05. – P.015.
- 13 Allys E., Peter P. and Rodriguez Y. Generalized Proca action for an Abelian vector field // *Journal of Cosmology and Astroparticle Physics.* – 2016. Vol.02. – P.004.
- 14 Silenko A.J. Relativistic quantum mechanics of a Proca particle in Riemannian spacetimes // *Phys. Rev. D.* – 2018. – Vol. 98, no.2. ArtNo 025014.
- 15 de Felice A., Heisenberg L. and Tsujikawa S. Observational constraints on generalized Proca theories // *Phys. Rev. D.* – 2017. – Vol.95, no.12. – ArtNo 123540.
- 16 Creutz M. Monte Carlo study of quantized SU(2) gauge theory // *Phys. Rev. D.* – 1980. – Vol. 21. – P.2308-2315.
- 17 Wilson K.G. Confinement of Quarks // *Phys. Rev. D.* – 1974. – Vol.10. – P.2445-2459.
- 18 Adare A. and et al. Single electron yields from semileptonic charm and bottom hadron decays in Au+Au collisions at $\sqrt{s_{NN}}=200$ GeV // *Phys. Rev. C.* – 2016. – Vol.93, no. 3. – ArtNo 034904.
- 19 Ashman J. and et al. A Measurement of the Spin Asymmetry and Determination of the Structure Function $g(1)$ in Deep Inelastic Muon-Proton Scattering // *Phys. Lett. B.* – 1988. – Vol.206. – P.364.
- 20 Nayak G.C. Gauge invariant Noether's theorem and the proton spin crisis // *Journal of High Energy Physics.* – 2018. – Vol.03. – P.101-126.
- 21 Dorokhov E., Kochelev N.I. and Zubov Y.A. Proton spin within nonperturbative QCD // *Int. J. Mod. Phys. A.* – 1993. – Vol. 8. – P.603-651.
- 22 Yang N. and Mills R.L. Conservation of Isotopic Spin and Isotopic Gauge Invariance // *Phys. Rev.* – 1954. – Vol.96. – P.191-195.
- 23 Dzhunushaliev V., Folomeev V., and Makhmudov A. Non-Abelian Proca-Dirac-Higgs theory: Particlelike solutions and their energy spectrum // *Phys. Rev. D.* – 2019. – Vol.99, no. 7. – ArtNo076009.
- 24 De Felice A., Heisenberg L., Kase R., Mukohyama S., Tsujikawa S. and Zhang Y.I. Effective gravitational couplings for cosmological perturbations in generalized Proca theories // *Phys. Rev. D.* – 2016. – Vol. 94, no.4. – ArtNo 044024.
- 25 Dzhunushaliev V. and Folomeev V. Proca tubes with the flux of the longitudinal chromoelectric field and the energy flux/momentum density // *The European Physical Journal C.* – 2020. – Vol.80. – ArtNo1043.

References

- 1 R. Scipioni, *Class. Quant. Grav.* 16, 2471-2478 (1999).
- 2 R. Tomaschitz, *Eur. Phys. J. D* 32, 241-255 (2005).
- 3 R. Sigal and A. Shamaly, *Phys. Rev. D* 10, 2358-2361 (1974).
- 4 S. Ponglertsakul and Winstanley, *Phys. Rev. D* 94, no.4, 044048 (2016).
- 5 Brito, R., Cardoso, V., Herdeiro, C. A. R., et al., *Phys. Letters B* 752, 291-295 (2016).
- 6 C.A.R. Herdeiro, A. M. Pombo and E. Radu, *Phys. Letters B* 773, 654-662 (2017).
- 7 C.A.R. Herdeiro, E. Radu and Runarsson, *Class. Quant.* 33, no.15, 154001 (2016). <https://doi.org/10.1088/0264-9381/33/15/154001>.
- 8 M. Zihao, H. Witek and V. Cardoso, *Class. Quant.* 32, 234003 (2015).
- 9 Edery, Ariel and Marachevsky, Valery, *Journal of High Energy Physics* 12, 35-56, (2008).
- 10 G. Barton and Norman Dombey, *Annals Phys* 162, 231-304, (1985).
- 11 L.P. Teo, *Phys. Rev. D* 82, 105002-105020, (2010).
- 12 L. Heisenberg, *Journal of Cosmology and Astroparticle Physics* 05, 015 (2014)..
- 13 E. Allys, P. Peter and Y. Rodriguez, *J. of Cosm. and Astropart. Phys.* 02, 004 (2016).

- 14 A.J. Silenko, Phys. Rev. D 98, no.2, 025014 (2018).
- 15 A. de Felice, L. Heisenberg and S. Tsujikawa, Phys. Rev. D 95, no.12, 123540 (2017).
- 16 M.Creutz, Phys. Rev. D 21, 2308-2315, (1980), doi: 10.1103/PhysRevD.21.2308.
- 17 K.G. Wilson, Phys.Rev. D 10 2445-2459 (1974).
- 18 A. Adare and et al, Phys. Rev. C 93, no. 3, 034904 (2016).
- 19 J. Ashman and et al, Phys. Lett. B 206, 364 (1988).
- 20 G.C. Nayak, Journal of High Energy Physics 03, 101-126, (2018).
- 21 E. Dorokhov, N. I. Kochelev and Y. A. Zubov, Int. J. Mod. Phys. A 8, 603 (1993).
- 22 N. Yang and R.L. Mills, Phys. Rev. 96, 191-195 (1954).
- 23 V. Dzhunushaliev, V. Folomeev, and A. Makhmudov, Phys. Rev. D 99(7), 076009 (2019).
- 24 De Felice, L. Heisenberg, R. Kase, S. Mukohyama, S. Tsujikawa and Y. I. Zhang, Phys. Rev. D 94(4), 044024, (2016).
- 25 V. Dzhunushaliev and V. Folomeev, The European Physical Journal C 80, 1043 (2020).